

МАТЕМАТИЧНА ЕКОНОМІКА ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ

В. А. Козицький
І. Г. Лук'яненко
М. О. Оліскевич

МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ МІКРОЕКОНОМІКИ

Підручник

Львів
2026

УДК 519.86:330.1
ББК 65.012.1 + 22.18

Рецензенти:

д-р екон. наук, проф. *О. В. Баженова*
(Київський національний університет імені Т. Шевченка);
д-р екон. наук, проф. *Л. С. Гур'янова*
(Харківський національний університет імені В. Каразіна);
канд. фіз.-мат. наук, доц. *Г. І. Берегова*
(Національний університет «Львівська політехніка»)

Рекомендовано Вченою Радою Львівського національного університету імені Івана Франка.

Протокол № 6/4 від 29.04.2026 р.

Козицький В. А., Лук'яненко І. Г., Оліскевич М. О. (2026). *Математичні основи мікроекономіки*: підручник. Львів: ЛНУ ім. І. Франка. 429 с.

Підручник укладено на підставі курсів лекцій з дослідження операцій, математичної економіки, теорії прийняття рішень і математичних основ мікроекономіки, які читають на механіко-математичному факультеті ЛНУ імені Івана Франка.

Основну увагу приділено методам математичного моделювання й оптимізації в економічних системах, зокрема задачі теорії фірми, оптимального вибору та рівноважного аналізу. Розглянуто кооперативні ігри як інструмент аналізу задач колективного прийняття рішень і справедливого розподілу виграшу. Некооперативні ігри подано в обсязі, необхідному для базових рівноважних концепцій. Теоретичний матеріал проілюстровано прикладами практичного застосування.

Для здобувачів вищої освіти економічних і математичних спеціальностей.

УДК 519.86:330.1

ISBN 978-617-10-0973-8

© Козицький В. А., Лук'яненко І. Г.,
Оліскевич М. О., 2026

© Львівський національний університет імені Івана Франка, 2026

Зміст

Вступ

I Опуклі структури та математична оптимізація 1

1 Опуклі множини та конуси 3

1.1	Опуклі множини	3
1.2	Опуклі конуси	12
1.3	Застосування опуклих множин і конусів	17
1.3.1	Теорія ігор	17
1.3.2	Теорія споживання	21
1.3.3	Теорія фірми	22
1.3.4	Модель Леонтьєва	23
1.3.5	Технологічно ефективні виробничі процеси	29
1.4	Задачі	32
1.5	Список літератури	36

2 Увігнуті функції та їх узагальнення 37

2.1	Властивості увігнутих функцій	37
2.1.1	Властивості увігнутих та опуклих функцій	39
2.1.2	Екстремуми увігнутих функцій	45
2.1.3	Увігнутість та однорідність	47
2.2	Квазіувігнуті функції	49
2.3	Приклади функцій та їх економічні застосування	57
2.4	Опорні функції	59
2.5	Задачі	61
2.6	Список літератури	68

3	Математична оптимізація	70
3.1	Формулювання задачі оптимізації	70
3.2	Задача безумовної оптимізації	75
3.3	Задача лінійної оптимізації	77
3.4	Класична задача математичної оптимізації	84
3.5	Умови оптимальності Куна – Таккера	89
3.6	Задача увігнутої оптимізації	93
3.7	Задача квазіувігнутої оптимізації	94
3.8	Теорема про максимум	96
3.9	Теорема про обвідну	98
3.10	Застосування в теорії споживання	99
3.10.1	Задача максимізації корисності	100
3.10.2	Задача мінімізації видатків	111
3.10.3	Співвідношення між функціями попиту, непрямої корисності та видатків	116
3.11	Застосування в теорії фірми	122
3.11.1	Задача максимізації прибутку	122
3.11.2	Задача мінімізації витрат	135
3.11.3	Властивості функції витрат	142
3.11.4	Достатні умови визначення функції витрат	144
3.11.5	Функція попиту на фактори виробництва	144
3.12	Задачі	149
3.13	Список літератури	156

II Теорія ігор 158

4	Теорія ігор та її застосування в економіці	160
4.1	Некооперативні ігри	160
4.1.1	Ігри олігополії	161
4.1.2	Матричні ігри	164
4.1.3	Біматричні ігри	167
4.2	Концепції розв’язання	169
4.2.1	Домінуючі та доміновані стратегії	169
4.2.2	Максимінні стратегії	175
4.2.3	Рівновага Неша	181
4.2.4	Рівновага Штакельберга	190
4.2.5	Обчислення рівноваги Неша	193

4.2.6	Обчислення рівноваги Неша за допомогою умов Куна—Таккера	199
4.3	Гра у формі характеристичної функції	203
4.3.1	Ігри ринку	205
4.3.2	Ігри олігополії	207
4.3.3	Кооперативна гра спільного пулу	212
4.3.4	Властивості та концепції розв’язання кооперативних ігор	214
4.3.5	Задача банкрутства	227
4.3.6	Обмін даними	231
4.3.7	Лінійні виробничі ігри	238
4.3.8	Ігри керування запасами	244
4.4	Задача переговорів	250
4.5	Задачі	259
4.6	Список літератури	269

III Мікроекономічний аналіз

271

5 Теорія споживання

272

5.1	Теорія споживання: порядковий підхід	272
5.1.1	Система переваг	272
5.1.2	Максимальні елементи	282
5.1.3	Задача раціонального вибору	284
5.1.4	Непряме відношення переваги та непряма функція корисності	288
5.1.5	Індекс вартості життя	293
5.1.6	Класифікація товарів	296
5.1.7	Матриця Слуцького	301
5.1.8	Задача мінімізації видатків	303
5.2	Функції корисності системи переваг	307
5.2.1	Зміна цін і доходу: випадок двох товарів	315
5.2.2	Ефекти заміщення й доходу. Рівняння Слуцького	320
5.2.3	Диференціальні властивості задачі споживача	329
5.3	Задача інтегровності: відновлення системи переваг	333
5.4	Споживчий надлишок	343
5.5	Оцінка зміни добробуту	344
5.6	Задачі	350

5.7	Список літератури	360
6	Теорія фірми	362
6.1	Технологічні множини	362
6.2	Виробництво в моделі загальної рівноваги	370
6.3	Фірма в умовах досконалої конкуренції	375
6.4	Недосконала конкуренція. Монополія	379
6.4.1	Рівновага монополії	380
6.4.2	Цінова дискримінація	388
6.5	Недосконала конкуренція. Олігополія	392
6.5.1	Концентрація виробників і методи її виміру . . .	397
6.5.2	Модель Курно	399
6.5.3	Підсумок класифікації ринків	403
6.5.4	Дуополія Курно з лінійною функцією попиту . . .	404
6.5.5	Модель Бертрана	412
6.5.6	Дуополія Хотелінга	414
6.5.7	Дуополія Хотелінга на площині	416
6.5.8	Продуктова диференціація та цінова конкуренція	418
6.6	Задачі	421
6.7	Список літератури	425
	Предметний покажчик	426

Предметний покажчик

- Агрегація Енгеля, 301
- Агрегація Курно, 301
- Багато продуктова олігополія, 165
- Бюджетна
 - лінія, 287
 - множина, 287
- Валове заміщення товарів , 334
- Валовий випуск, 23
- Вектор граничних корисностей, 314
- Виграш гарантований, 176
- Виробничий процес, 22, 364
 - ефективний, 30
- Витрати, 125
 - функція, 137
 - властивості, 143
 - граничні , 379
 - середні, 380
- Відношення
 - байдужості, 277
 - строгої переваги, 276
- Відображення
 - компактнозначне, 96
 - напівнеперервне
 - знизу, 96
 - зверху, 96
 - неперервне, 96
- Гадані варіації, 397
- Гіперплощина, 4, 287
 - опорна, 10
- Гра
 - (0,1)-формі, 219
 - біматрична, 168
 - керування запасами, 251
 - лінійна виробнича, 242
 - матрична, 166
 - монотонна, 217
 - невід'ємна, 218
 - олігополії, 163, 211
 - ринку, 208
 - субадитивна, 217
 - суперадитивна, 217
 - в нормальній формі, 161
 - визначення вартості замовлення, 250
 - з нульовою сумою, 165
 - TU , 19, 205
- Гра
 - істотна, 428
- Гранична
 - корисність
 - доходу, 105
 - товару, 314
 - норма заміщення, 107
- Гранична норма
 - перетворення, 124
- Грошова міра
 - функції корисності, 336
 - непрямої функції корисності, 338
- Дохід, 125, 378
 - граничний, 378
 - середній, 378

- Ефект
 доходу
 за Гіксом, 323
 за Слуцьким, 326
 заміщення
 за Гіксом, 323
 за Слуцьким, 326
 ціни, 299
 доходу, 298, 299
 заміщення, 304, 333
- Задача
 безумовної оптимізації, 75
 домогосподарства, 72
 фірми, 72
 інтегровності, 341
 керування запасами, 248
 лінійного програмування, 77
 максимізації корисності, 101
 максимізації прибутку, 30, 125
 мінімізації видатків, 111
 монополії Курно, 72
 переговорів, 254
 раціонального вибору, 288
- Закон
 Госена
 другий, 107
 пропозиції, 130
- Змішане розширення гри
 скінченої, 185
- Значення
 максимінне, 176
- Значення задачі оптимальне, 72
- Ізокоста, 137
- Комбінація точок
 невід'ємна, 6
 опукла, 6
- Компенсація доходу
 за Слуцьким, 302
- Компенсація доходу за
 Гіксом, 316
- Компенсована зміна ціни, 302
- Конус
 опуклий, 12
 поліедральний, 14
- Критерій
 квазіувігнутості, 54
- Крива
 ціна-споживання, 317
 дохід-споживання, 299, 318
 Енгеля, 319
- Крива реакції, 183
- Крива реакції фірми, 398
- Лема
 Мінковського–Фаркаша, 16
 Шеплі–Фолькмана, 7
- Матриця
 Гессе, 42
 нерозкладна, 25
- Матриця Слуцького (Матриця за-
 міщення) , 304
- Множина
 індивідуально-раціональних про-
 філів, 178
 наборів споживчих благ, 21,
 275
 оптимальних за Парето про-
 філів, 178
 опукла, 3
 строга, 3
 Оуена, 243
 переговорна, 178
 технологічна
 опукла, 22
 вхідних потреб виробництва,
 130
- Множини
 розділені, 10
- Модель
 Курно , 406
 Леонтьєва, 24
- Модель Стоуна, 108
- Монопольна ціна, 384

- Монопольний випуск, 384
- Область
особлива, 370
- Оболонка
конічна, 12
опукла, 6
- Олігополія, 396
- Оптимальність за Парето, 410
- Перехресна функція попиту, 319
- Підгра, 218
- Поділ гри, 20
- Поліедр, 4, 13
- Політоп, 13
- Попит
еластичний, 300
функція
на фактори виробництва, 137
Гікса, 315
на фактори виробництва, 137
властивості, 143
нееластичний, 300
Вальраса, 102, 315
- Правило
переговорів, 254
- Прибуток, 125
функція
властивості, 127
- Принцип оптимальності, 162
- Профіль, 161
оптимальний за Парето, 174
- Пропозиція
фірми
властивості, 127
випуску, 380
- Простір товарів, 21, 275
- Рандомізація гри, 185
- Рівень доходу, 286
- Рівновага
монополії, 384
Неша, 183
Штакельберга, 192
у домінуючих стратегіях, 173
в максимінних стратегіях, 177
за Нешом, 397
- Рівнована
Неша у змішаних стратегіях, 185
- Рівняння Слуцького, 330, 335
- Рівняння Слуцького, 118
- Розв'язок
Калаї-Смородинського, 257
Неша, 255
- Симплекс ймовірнісний, 4
- Ситуація, 161
- Слабка аксіома виявленої переваги, 302
- Стратегія
чиста, 185
домінована
слабко, 171
строго, 171
домінуюча
слабко, 172
строго, 171
максимінна, 176
змішана, 184
- Технологічна
множина, 22, 123
- Технологія
опукла, 370
- Теорема
Дебре, 311
Дебре-Фана-Гліксберга, 186
двоїстості, 61
Ферма, 75
Фон Неймана, 11
Хеллі, 6
Какутанні, 98
Каратеодорі, 7
Крейна-Мілмана, 9
Мінковського-Вейля, 15
Неша, 187

- фундаментальна, 195
- Нікайдо-Ісоди, 186
- про максимум, 97
- про обвідну, 99
- Радона, 6
- Вейерштрасса, 74
- Вейля, 14
- Точка
 - екстремальна, 9
 - максимуму
 - глобального, 46
 - строгого, 46
 - критична, 75
 - максимуму
 - локального, 46
 - мінімуму
 - локального, 46
 - оптимальна, 73
 - утопічна, 257
- Товари
 - цінні, 318
 - Гіфена, 299
 - малоцінні, 299, 318
 - незалежні, 301
 - номальні, 299
 - нормальні, 299
 - першої необхідності, 301
 - розкоші, 301
 - взаємодоповнюючі, 301, 334
 - взаємозамінні, 300, 334
- Умови оптимальності Куна-Таккера, 90,92,203
- Функція
 - Кобба – Дугласа, 62
 - квазіопукла, 50
 - квазіувігнута, 50
 - строго, 50
 - Леонтєва, 62
 - Леонтєва-Харрода-Домара, 62
 - Лі-Гільденбранда, 62
 - однорідна, 47
 - опорна, 59
 - опукла, 37
 - перетворення, 124
 - попиту, 102
 - Вальраса, 298
 - прибутку, 30
 - увігнута, 37
 - строго, 37
 - CES, 61
 - CMS, 62

Навчальне видання

Козицький Валерій Андрійович,
Лук'яненко Ірина Григорівна,
Оліскевич Маріанна Олександрівна

МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ МІКРОЕКОНОМІКИ

Підручник

Редактор Н. Й. Плиса
Комп'ютерний набір і верстання В. А. Козицький
Обкладинка С. З. Сеник

Формат 70×90/16. Умовн. друк. арк. 44,2. Обл.-вид. арк. 47,5. Тираж
300 прим.

Видавець і виготовлювач:

Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1,
79000, Львів.

Свідоцтво

про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції.

Серія ДК № 3059 від 13.12.2007 р.