

Міністерство освіти і науки України  
Львівський національний університет імені Івана Франка

А. Ровенчак, Ю. Криницький, В. Пастухов

# КЛАСИЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

Підручник

Львів — 2025

УДК 537  
Р 58

Рецензенти:

д-р фіз.-мат. наук, проф. **В. А. Головацький**  
(Чернівецький національний університет  
імені Юрія Федьковича)

д-р фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб. **А. А. Дувіряк**  
(Інститут фізики конденсованих систем  
НАН України, м. Львів)

д-р інж.-техн. наук **В. В. Ковальчук**  
(Інститут фундаментальних технологічних досліджень  
Польської АН, м. Варшава)

*Рекомендувала до друку Вчена рада  
Львівського національного університету імені Івана Франка  
(протокол №62/2 від 28.02.2024)*

**Ровенчак А. А.**

Р 58 Класична електродинаміка : підручник / А. А. Ровенчак,  
Ю. С. Криницький, В. С. Пастухов. — Львів : ЛНУ імені Івана  
Франка, 2025. — 380 с.

ISBN 978-617-10-0897-7

Електродинаміка — друга дисципліна загального курсу теоретичної фізики. У перших двох частинах підручника, присвячених електродинаміці зарядів і струмів у вакуумі та теорії випромінювання, подано послідовний аксіоматичний виклад на підставі рівнянь Максвелла. У третій частині, де розглянуто релятивістське формулювання електродинаміки, вихідним пунктом є постулювання вигляду дії системи «частинки + електромагнітне поле». Четверту частину присвячено електродинаміці середовища. До кожного розділу підручника подано задачі, частина з яких супроводжується вказівками чи розв'язками.

Для студентів та аспірантів фізико-математичних спеціальностей і для самоосвіти.

**УДК 537**

© Ровенчак А. А., Криницький Ю. С.,  
Пастухов В. С., 2025

© Львівський національний університет  
імені Івана Франка, 2025

ISBN 978-617-10-0897-7

# Зміст

<i>Передмова</i> . . . . .	9
<b>1. Загальні зауваги</b>	<b>11</b>
1.1. Історичний огляд . . . . .	11
1.2. Математичний апарат: елементи векторного числення	18
Завдання до розділу 1 . . . . .	24
<b>I Заряди і струми у вакуумі</b>	<b>27</b>
<b>2. Рівняння Максвелла як узагальнення дослідних фактів</b>	<b>29</b>
2.1. Закон Кулона . . . . .	29
2.2. Математичний апарат: $\delta$ -функція Дірака. Густина точкового заряду . . . . .	33
2.3. Вихровий характер магнітного поля . . . . .	36
2.4. Закон Фарадея про електромагнітну індукцію . . . . .	37
2.5. Закон збереження електричного заряду . . . . .	38
2.6. Джерела магнітного поля . . . . .	39
2.7. Система рівнянь Максвелла . . . . .	42
2.8. Математичний апарат: інтегральне перетворення Фур'є . . . . .	43
2.9. Рівняння Максвелла у зображенні Фур'є . . . . .	46
Завдання до розділу 2 . . . . .	48
<b>3. Потенціали електромагнітного поля</b>	<b>49</b>
3.1. Рівняння для потенціалів . . . . .	49
3.2. Потенціал нерухомого точкового заряду . . . . .	52

3.3.	Градiєнтна iнварiантнiсть . . . . .	53
3.3.1.	Калiбрування Кулона . . . . .	54
3.3.2.	Калiбрування Лоренца . . . . .	55
3.3.3.	iншi види калiбрувань . . . . .	56
3.4.	Поперечний струм . . . . .	58
3.5.	Запiзнювальнi й випереджувальнi потенцiали . . . . .	61
	Завдання до роздiлу 3 . . . . .	65
<b>4.</b>	<b>Закони збереження</b>	<b>67</b>
4.1.	Закон збереження заряду . . . . .	67
4.2.	Закон збереження енергiї . . . . .	68
4.2.1.	Енергiя електромагнiтного поля . . . . .	68
4.2.2.	Виведення закону збереження енергiї з рiвнянь Максвелла . . . . .	70
4.2.3.	Умови випромiнювання . . . . .	72
4.3.	Закон збереження iмпульсу . . . . .	74
4.4.*	Закон збереження моменту iмпульсу . . . . .	77
	Завдання до роздiлу 4 . . . . .	79
<b>5.</b>	<b>Статичнi поля у вакуумi</b>	<b>81</b>
5.1.	Рiвняння для статичних полiв . . . . .	81
5.2.	Мультипольнi розклади . . . . .	86
5.3.	Дипольне наближення . . . . .	89
5.3.1.	Електричний дипольний момент . . . . .	89
5.3.2.	Магнiтний дипольний момент . . . . .	90
5.4.	Електричний квадрупольний момент . . . . .	92
5.5.	Вищi мультипольнi наближення . . . . .	94
	Завдання до роздiлу 5 . . . . .	99
<b>II</b>	<b>Теорiя випромiнювання</b>	<b>101</b>
<b>6.</b>	<b>Вiльне електромагнiтне поле</b>	<b>103</b>
6.1.	Рiвняння Максвелла для вiльного поля . . . . .	103
6.2.	Електромагнiтнi хвилi . . . . .	104
6.2.1.	Плоскi хвилi . . . . .	104
6.2.2.	Сферичнi та iншi хвилi . . . . .	106

---

6.2.3. Поляризація електромагнітних хвиль . . . . .	108
6.2.4. Поперечність поля і закони збереження . . . . .	111
6.3. Функції Лагранжа і Гамільтона для вільного електромагнітного поля . . . . .	112
Завдання до розділу 6 . . . . .	117
<b>7. Потенціали і поля рухомого заряду . . . . .</b>	<b>119</b>
7.1. Потенціали Лієнара–Віхерта . . . . .	119
7.2. Поля рухомого заряду . . . . .	122
7.3. Поле рівномірно рухомого заряду . . . . .	125
Завдання до розділу 7 . . . . .	128
<b>8. Випромінювання точкового заряду . . . . .</b>	<b>131</b>
8.1. Енергія випромінювання точкового заряду . . . . .	131
8.2. Сила радіаційного гальмування . . . . .	135
8.3. Розсіювання електромагнітних хвиль точковим зарядом . . . . .	139
8.4. Природна ширина спектральних ліній . . . . .	142
Завдання до розділу 8 . . . . .	146
<b>9. Випромінювання системи зарядів . . . . .</b>	<b>147</b>
9.1. Поле системи зарядів на великих відстанях від джерела . . . . .	147
9.2. Дипольне наближення . . . . .	151
9.3.* Вище наближення для випромінювання . . . . .	155
Завдання до розділу 9 . . . . .	162
<b>III Релятивістське формулювання електродинаміки . . . . .</b>	<b>165</b>
<b>10. 4-формалізм . . . . .</b>	<b>167</b>
10.1. Принцип відносності. Інтервал між подіями . . . . .	167
10.2. Перетворення Лоренца . . . . .	173
10.3. Релятивістський закон додавання швидкостей . . . . .	177
10.4. 4-вектори і 4-тензори . . . . .	179
10.5. 4-швидкість і 4-прискорення . . . . .	180
Завдання до розділу 10 . . . . .	182

<b>11. Рівняння руху релятивістської частинки</b>	<b>183</b>
11.1. Дія вільної релятивістської частинки . . . . .	183
11.2. Рівняння руху вільної релятивістської частинки . . . . .	185
11.3. Заряджена частинка в електромагнітному полі . . . . .	188
11.4. Рух заряду в електромагнітному полі . . . . .	190
11.5. Стале однорідне електричне поле . . . . .	191
11.6. Стале однорідне магнітне поле . . . . .	193
11.7. Сталі однорідні електричне й магнітне поля . . . . .	196
Завдання до розділу 11 . . . . .	199
<b>12. Співвідношення електродинаміки у просторі Мінковського</b>	<b>201</b>
12.1. Тензор електромагнітного поля . . . . .	201
12.2. Перетворення полів . . . . .	205
12.3. Інваріанти поля . . . . .	207
12.4. Рівняння для поля без зарядів і струмів . . . . .	208
12.5. Дія для електромагнітного поля . . . . .	209
12.6. Рівняння для поля із зарядами і струмами . . . . .	212
12.7. 4-форма законів збереження . . . . .	215
12.8.* Рівняння Лоренца–Абрагама–Дірака . . . . .	221
12.9.* Випадок довільного поля . . . . .	223
Завдання до розділу 12 . . . . .	227
<b>IV Електродинаміка середовища</b>	<b>231</b>
<b>13. Рівняння для електромагнітного поля в середовищі</b>	<b>233</b>
13.1. Усереднення мікроскопічних рівнянь Максвелла–Лоренца . . . . .	233
13.2. Узагальнена індукція . . . . .	239
13.3. Фізичний зміст вектора поляризації . . . . .	240
13.4. Фізичний зміст вектора намагніченості . . . . .	241
13.5. Умови на межі двох середовищ . . . . .	243
Завдання до розділу 13 . . . . .	249

<b>14. Матеріальні рівняння</b>	<b>253</b>
14.1. Неполярне середовище малої густини . . . . .	253
14.2. Неполярне конденсоване середовище . . . . .	254
14.3. Полярне середовище . . . . .	257
14.4.* Полярні рідини. Теорії Дебая, Онзагера й Кірквуда	261
14.5. Діамагнетизм і парамагнетизм . . . . .	266
14.6. Феромагнетизм та антиферомагнетизм . . . . .	271
14.7. Провідність. Модель Друде . . . . .	277
14.8. Загальна характеристика матеріальних рівнянь . . .	279
Завдання до розділу 14 . . . . .	283
<b>15. Статичні поля у середовищі</b>	<b>285</b>
15.1. Енергія поля у середовищі . . . . .	285
15.2. Ємність. Індуктивність . . . . .	292
15.3. Сили у статичних полях . . . . .	300
15.4.* Магнітне поле в надпровідниках . . . . .	303
Завдання до розділу 15 . . . . .	308
<b>16. Змінне поле</b>	<b>311</b>
16.1. Діелектрик у змінному полі . . . . .	311
16.2. Комплексна діелектрична проникність . . . . .	315
16.3. Поглинання енергії в середовищі . . . . .	318
Завдання до розділу 16 . . . . .	320
<b>17. Квазістатичні явища</b>	<b>321</b>
17.1. Умови квазістатичності та рівняння квазістатичних явищ . . . . .	321
17.2. Скін-ефект . . . . .	324
17.3. Магнітна гідродинаміка . . . . .	331
17.4. Магнітодинамічні хвилі . . . . .	333
Завдання до розділу 17 . . . . .	337
<b>18.* Додаткові теми</b>	<b>339</b>
18.1.* Рівняння електродинаміки в різних системах одиниць	339
18.2.* Електродинаміка з магнітними зарядами . . . . .	344
18.3.* Рівняння Максвелла у двовимірному просторі . . .	348

---

18.4.* Мультіпольні розклади у квазістатичному наближенні . . . . .	354
Завдання до розділу 18 . . . . .	361
<b>Додатки</b>	<b>363</b>
Додаток А. Системи координат . . . . .	363
Додаток Б. Деякі фізичні константи . . . . .	366
<b>Список літератури</b>	<b>367</b>
<b>Предметний покажчик</b>	<b>372</b>
<b>Типові позначення</b>	<b>376</b>
<b>Іменний покажчик</b>	<b>378</b>

## *Передмова*

Цей підручник — друга частина загального курсу теоретичної фізики після теоретичної механіки. Зважаючи на розмаїття фізичних явищ, у яких проявляється електромагнітне поле, складно визначити єдину стратегію подання матеріалу. Мабуть, підручники з електродинаміки найбільше з-поміж загальних курсів теоретичної фізики відрізняються за переліком тем, які розглядають різні автори.

Структура курсу значною мірою ґрунтується на напрацюваннях проф. Л. Ф. Блажівського (1939–2013), у якого автори вчилися. Укладаючи цей підручник, ми також переважно орієнтувалися на класичні курси Д. Гріффітса, Дж. Джексона, Я. Терлецкого і Ю. Рібакова, Л. Ландау і Є. Ліфшица (особливо в частині III, де йдеться про релятивістське формулювання електродинаміки).

Ми намагалися, наскільки це можливо, дотримуватися послідовної аксіоматичної побудови викладу. У перших двох частинах, присвячених електродинаміці зарядів і струмів у вакуумі та теорії випромінювання, вихідними є рівняння Максвелла. У третій частині вихідним пунктом є постулювання вигляду дії системи «частинки + електромагнітне поле», з якої й отримують рівняння Максвелла. У четвертій частині, де йдеться про електродинаміку середовища, ми інколи змушені були відступати від такої послідовної структури, щоб не перевантажувати матеріал.

Теми, які зазвичай не входять до основного курсу, а передбачені для самостійного поглибленого ознайомлення, позначено зірочками (\*).

До кожного розділу наведено кілька завдань, частина з яких супроводжується вказівками, а подекуди — й розлогими розв'язками.

Серед цих завдань є як типові, що трапляються в інших авторів, так і оригінальні, які увійшли до *Збірника задач з електродинаміки* за ред. Ю. С. Криницького та А. А. Ровенчака (Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2015). Перелік літератури, на яку ми спиралися, готуючи цей підручник, наведено наприкінці книги. Подекуди в тексті містяться поклики на праці, які стосуються конкретних деталей.

Автори висловлюють подяку колегам із кафедри теоретичної фізики за цінні поради та підтримку на всіх етапах підготовки підручника. Окрема подяка рецензентам і редакторці за уважне ставлення до деталей та критичні зауваження, які допомогли покращити структуру та зміст книги.

Навчальне видання

*Ровенчак Андрій Адамович,  
Кривицький Юрій Степанович,  
Пастухов Володимир Степанович*

## Класична електродинаміка

Підручник

---

Редактор	<b>Соломія Вівчар</b>
Комп'ютерне верстання	<b>Андрій Ровенчак</b>
Дизайн	<b>Андрій Ровенчак</b>

В оформленні обкладинки використано ілюстрацію з книги  
В. Гілберта (1600 р.), рівняння зі статті Дж. К. Максвелла (1861 р.)  
і стокове зображення грозового неба

Формат  $60 \times 90 \frac{1}{16}$       Умовн. друк. арк. 23.75  
Наклад 100 прим.

---

Львівський національний університет імені Івана Франка  
вул. Університетська, 1, м. Львів, 79000

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до Державного реєстру видавців, виготівників та розповсюджувачів  
видавничої продукції  
Серія ДК No 3059 від 13.12.2007 р.